

Calcolare il seguente integrale indefinito

$$(1) \int \frac{dx}{x^2 + 4} = ?$$

Osservando la funzione integranda si nota che il denominatore ha delta < 0 ; quindi la soluzione dell'integrale si può ricondurre al tipo:

$$\int \frac{dx}{1 + x^2} = \operatorname{arctg}x + c$$

L'integrale (1) si può trasformare nel seguente modo:

$$\int \frac{dx}{x^2 + 4} = \int \frac{dx}{4 \left(\frac{x^2}{4} + 1 \right)} \quad (2)$$

mediante la sostituzione:

$$\begin{aligned} \frac{x}{2} &= t & (3) \\ dx &= 2dt \end{aligned}$$

$$\int \frac{1}{4} \frac{2dt}{t^2 + 1} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}t + c$$

Utilizzando la sostituzione riportata nella (2) si ha che la soluzione è pari a:

$$\int \frac{dx}{x^2 + 4} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + c$$