

Calcolare il seguente integrale indefinito

$$(1) \int 4x(x^2 + 1)dx = ?$$

SOLUZIONE

Utilizzando la relazione (2)

$$(2) \int [f(x)]^n f'(x)dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + c$$

si riconosce che:

$$[f(x)]^n = (x^2 + 1)^1$$

$$f'(x) = 2x$$

La (1) si può riscrivere:

$$2 \int 2x(x^2 + 1)dx = \text{applicando la (2)}$$

$$= 2 \frac{(x^2 + 1)^2}{2} + c = (x^2 + 1)^2 + c \text{ (soluzione(a))}$$

SOLUZIONE ALTERNATIVA

L'integrale (1) si può riscrivere come:

$$\int 4x(x^2 + 1)dx = \int (4x^3 + 4x)dx =$$

$$= \int 4x^3 dx + \int 4x dx =$$

applicando la relazione (3) riportata di seguito

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \text{ (3)}$$

si ottiene:

$$= \int 4x^3 dx + \int 4x dx = \frac{4}{4}x^4 + \frac{4}{2}x^2 + c = x^4 + 2x^2 + c \text{ (soluzione(b))}$$

Confrontando la soluzione (a) con la soluzione (b) si nota che si è ottenuto lo stesso risultato in quanto nelle due relazione il termine c rappresenta una costante generica